

LA COMPRÉHENSION DU CONCEPT DE POPULATION: UNE ÉTUDE EXPLORATOIRE¹

Réginald Lavoie et André Caillé

Résumé

Dans le but d'étudier la compréhension du concept probabiliste et statistique de population, nous avons élaboré un document pédagogique relatif aux quatre premiers niveaux de compréhension de ce concept. A la suite d'une expérimentation didactique conduite à l'automne 1983 auprès de 66 étudiants de niveau post-secondaire, nous avons trouvé que notre document pédagogique, qu'il soit transmis par enseignement magistral ou par enseignement "autodidacte", permettait aux étudiants des groupes expérimentaux de mieux maîtriser les quatre premiers niveaux de compréhension du concept de population que les étudiants du groupe-témoin. Toutefois, l'examen détaillé des résultats a soulevé plusieurs questions, notamment des questions relatives à l'effet de certaines variables sur l'accession aux quatre premiers niveaux de compréhension de ce concept.

Abstract

A learning unit related to the first four levels of understanding of the probabilist and statistical concept of population was prepared in order to study the comprehension of this concept. An experiment investigating the effect of this learning unit was conducted with 66 university students during the 1983 fall semester. Results indicate that this learning unit whether it be presented by an

¹ Cette recherche est subventionnée par le Fonds F.C.A.R. (Ministère de l'éducation du Québec)

instructor or learned autotutorially permitted students of the experimental groups to acquire a better understanding of the first four levels of the concept of population than the control group. However, a detailed analysis of the experimental data raises more questions than it provides an answers especially when certain concept variables are related to the attainment of the first four levels of understanding of this concept.

Introduction

Une analyse de la statistique inférentielle nous permet de dégager un certain nombre de concepts-clés dont la maîtrise est essentielle, selon nous, à la compréhension que doit avoir tout bon utilisateur de la statistique. Parmi ces concepts-clés, mentionnons notamment les concepts de population, d'échantillon, de probabilités et de distribution de probabilités d'une population. Les résultats expérimentaux que nous présentons dans cet article se rapportent précisément au concept de population; ils concernent notamment les premiers niveaux et sous-niveaux de compréhension de ce concept et certains facteurs susceptibles d'influer sur la compréhension dudit concept.

Notre étude s'appuie sur un modèle de compréhension de la mathématique que nous avons élaboré et sur l'analyse du concept de population que nous avons effectuée en regard des niveaux et sous-niveaux de compréhension de ce modèle. Le lecteur trouvera dans Lavoie et Caillé (1984) un exposé de notre modèle de compréhension et de l'analyse du concept de population. Toutefois, avant de présenter et de commenter les résultats de notre expérimentation didactique, nous allons rappeler brièvement ce qui caractérise les niveaux et sous-niveaux de compréhension du concept de population visés par cette étude.

Nous remercions ici le professeur Richard Bertrand de l'Institut national de la recherche scientifique du Québec (Canada) pour sa participation à diverses étapes de cette recherche, notamment pour sa participation à l'analyse et à l'interprétation des résultats. Qu'il trouve ici l'expression de notre reconnaissance.

Le concept de population de niveau 1

Le concept de population de niveau 1 est le concept de population dit de *sens usuel*. A ce niveau, le terme population qui correspond à ce concept est défini comme l'ensemble des individus ou des objets sur lequel porte l'étude. C'est un concept que nous appelons "pré-scientifique" car le sens que lui donne l'étudiant n'est pas le sens scientifique, c'est-à-dire celui qui lui est consacré en probabilité et en statistique.

Pour éviter que l'étudiant confonde le concept usuel de population du concept "scientifique" de population, nous amenons l'étudiant à utiliser les expressions "ensemble à l'étude" ou "ensemble de départ" lorsqu'il se réfère au concept usuel de population.

Le concept de population de niveau 2

Le concept de population de niveau 2 est le concept de population dont le sens est celui qui lui est consacré en probabilité et en statistique. Diverses procédures sont liées à la construction de ce concept et ces diverses procédures vont déterminer divers sous-niveaux de ce concept. Nous allons donc présenter chacun des sous-niveaux.

Le concept de population de sous-niveau 2.1

La procédure de construction du concept de population de sous-niveau 2.1 est la suivante: chaque individu ou objet de l'ensemble à l'étude est remplacé par la valeur que le caractère à l'étude prend chez cet individu ou cet objet. Une telle population est appelée une *population-mère de type discret*. Les invariants¹ du concept de population de ce niveau sont les suivants: c'est un ensemble de valeurs², ces valeurs sont en quantité finie ou dénombrable.

¹ Les invariants d'un concept sont les attributs, c'est-à-dire, les traits caractéristiques de ce concept.

² Une valeur est soit une modalité d'un caractère qualitatif (par exemple, masculin), soit une modalité d'un caractère quantitatif (par exemple, 70). Bref, à ce niveau, une population n'est pas nécessairement un ensemble de nombres.

Un étudiant aura atteint le sous-niveau 2.1 si, dans toutes les situations concrètes qu'on lui présente, il est capable: de bien distinguer l'ensemble à l'étude de la population de sous-niveau 2.1, d'expliquer comment on obtient toutes les valeurs de la population-mère de sous-niveau 2.1 et de nommer les invariants d'une population de sous-niveau 2.1.

Le concept de population de sous-niveau 2.2

Si le caractère est qualitatif, alors la population-mère obtenue au niveau 2.1 est un ensemble de valeurs non-numériques. Au niveau 2.2, on va transformer ces valeurs en nombres en appliquant la procédure suivante: chaque valeur *non-numérique* de la population-mère de niveau 2.1 est remplacée par un nombre. Une telle population est également appelée une *population-mère de type discret*. Les invariants du concept de population de ce niveau sont les suivants: c'est un ensemble de *nombres*, ces nombres sont en quantité finie ou dénombrable.

Si le caractère est dichotomique (ou dichotomisé), la population-mère de sous-niveau 2.2 est une *population de Bernoulli*, ce type de population étant très important. L'espace fondamental associé à cette population est l'ensemble $E = \{0,1\}$.

Un étudiant aura atteint le sous-niveau 2.2 si, dans toutes les situations concrètes qu'on lui présente, il est capable: de bien distinguer la population de sous-niveau 2.1 de la population de sous-niveau 2.2, d'expliquer comment on obtient toutes les valeurs de la population-mère de sous-niveau 2.2 et de nommer les invariants d'une population de niveau 2.2.

Le concept de population de sous-niveau 2.3

La procédure de construction du concept de population de ce niveau est la suivante: on extrait tous les échantillons de taille n de la population-mère et ensuite chaque échantillon est remplacé par un nombre (on distingue le cas où les échantillons sont extraits avec remise du cas où les échantillons sont extraits sans remise). Dans ce cas, la population est donc aussi un *ensemble fini de nombres*; toutefois, aux sous-niveaux 2.1 et 2.2, les nombres proviennent directement

de l'ensemble à l'étude alors qu'au sous-niveau 2.3, les nombres proviennent d'échantillons extraits de la population-mère de niveau 2.1 (ou, le cas échéant, de niveau 2.2). Une telle population est appelée une *population d'échantillonnage de type discret*. Les invariants du concept de population de ce niveau sont les mêmes que ceux du concept de population de niveau 2.2. On notera qu'il existe plusieurs familles de population d'échantillonnage, soit les populations de moyennes \bar{x} , les populations de proportions \bar{y} , les populations de variances s^2 , etc.

Un étudiant aura atteint le sous-niveau 2.3 si, dans toutes les situations concrètes qu'on lui présente, il est capable: de bien distinguer la population de sous-niveau 2.1 (ou de sous-niveau 2.2 le cas échéant) de la population de sous-niveau 2.3, de distinguer l'ensemble de tous les échantillons d'une même taille n (extraits de la population-mère) de la population de sous-niveau 2.3, d'expliquer comment on obtient toutes les valeurs de la population-mère de sous-niveaux 2.3 et de nommer les invariants d'une population de sous-niveau 2.3.

Le concept de population de sous-niveau 2.4

La procédure de construction du concept de population de ce niveau est la suivante: le concept de population-mère de type discret et le concept de population d'échantillonnage de type discret sont remplacés par le concept plus général de population de type discret (car à ces deux concepts correspondent les mêmes invariants, à savoir, c'est un ensemble fini ou dénombrable de nombres). Une telle population est appelée une *population de type discret*.

Un étudiant aura atteint le sous-niveau 2.4 si, dans toutes les situations concrètes qu'on lui présente, il est capable: d'expliquer pourquoi on peut en arriver à remplacer les concepts de population-mère et de population d'échantillonnage de type discret par le concept plus général de population de type discret.

Le document pédagogique

Le but principal du document pédagogique était d'explicitier et de concrétiser la procédure de construction du concept de population des sous-niveaux 2.1,

2.2, 2.3 et 2.4. Cette procédure était explicitée à l'aide de schémas, tel le Schéma 1 qui met en évidence la procédure associée au concept de population de sous-niveau 2.1.

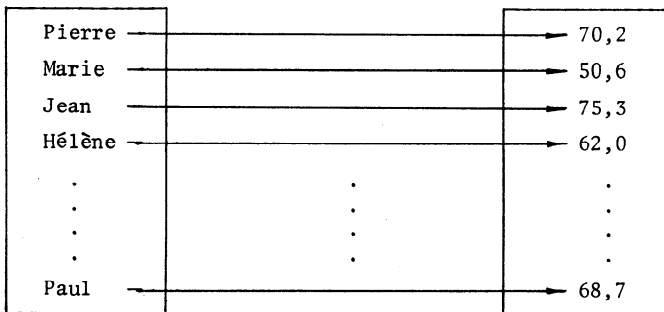
Le document pédagogique était constitué essentiellement de tels schémas. Il présentait aussi un tableau-synthèse relatif aux sous-niveaux du concept de population visés par l'étude et à leurs définitions, un tableau-synthèse relatif aux procédures de construction du concept de population visées par l'étude et des tableaux montrant l'évolution de la représentation du concept de population dans un cas concret.

Schéma 1

Situation: l'ensemble à l'étude est constitué des 3 200 000 adultes québécois et le caractère à l'étude est le poids (en kg).

L'ensemble de départ

La population-mère



L'ensemble des 3 200 000
adultes québécois

L'ensemble des 3 200 000
poids des adultes québécois

L'instrument de mesure

Aux fins de mesurer l'atteinte de certains niveaux de compréhension du concept de population, nous avons élaboré un test de compréhension. Ce test comporte 28 items, chacun des items ayant 5 choix de réponse. Le test fut élaboré en tenant compte des niveaux de compréhension du concept, du type de langage utilisé (langage des populations contre langage des variables aléatoires), du type de

caractère à l'étude (caractère quantitatif contre caractère qualitatif) et du type de question posée à l'étudiant. Examinons en détail comment le test a été constitué.

Les niveaux de compréhension du concept de population associés au test sont les sous-niveaux 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4. Les items 1 à 9 concernent le sous-niveau 2.1, les items 10 à 15 concernent le sous-niveau 2.2, les items 16 à 27 concernent le sous-niveau 2.3 et l'item 28 concerne le sous-niveau 2.4.

Une population étant déterminée par l'ensemble à l'étude et par le caractère à l'étude, les questions du test faisaient référence à deux situations, chacune de ces situations faisant appel à un ensemble différent et à un caractère différent. Comme le type de caractère joue également un rôle important, dans la situation no 1 on utilisait un caractère qualitatif, tandis que dans la situation no 2 on utilisait un caractère quantitatif. Voici d'ailleurs chacune de ces situations.

SITUATION NO 1. On désire établir la proportion d'universitaires québécois qui sont actuellement satisfaits du Gouvernement du Québec (on supposera que ces universitaires sont au nombre de 190 000). En vue d'établir cette proportion, on interroge 400 de ces universitaires que l'on a choisis au hasard et on calcule la proportion de ces 400 individus qui sont satisfaits du Gouvernement du Québec.

SITUATION NO 2. On désire établir la taille moyenne des collégiens québécois (on supposera que ces collégiens sont au nombre de 500 000). En vue d'établir cette taille moyenne, on calcule la taille moyenne de 250 de ces collégiens que l'on a choisis au hasard.

Voici les quatre questions-types associées au test de compréhension, questions ayant pour objet de déterminer si l'étudiant a atteint un sous-niveau donné du concept de population.

Question 1: Vous référant à la situation no 1, donner une valeur que l'on peut observer dans la population-mère?

Question 2: Vous référant à la situation no 1, combien de valeurs y-a-t-il dans la population-mère?

Question 3: Vous référant à la situation no 1, expliquer comment on obtient toutes les valeurs de la population-mère?

Question 4: Expliquer pourquoi on peut en arriver à définir de la même manière "population-mère" et " population d'échantillonnage"?

Nous parlons de question-type, car la formulation d'une question pouvait varier légèrement selon que l'on faisait référence à la situation no 2 au lieu de la situation no 1, selon que l'on faisait référence à une population d'échantillonnage au lieu d'une population-mère, selon que l'on utilisait le langage des variables aléatoires au lieu du langage des populations ou selon que l'on utilisait le terme "nombre" au lieu du terme "valeur". Voici, à titre d'exemple, trois formulations équivalentes de la question 1 utilisées dans le test:

Question 1A: Vous référant à la situation no 2, donner une valeur que l'on peut observer dans la population-mère?

Question 1B: Vous référant à la situation no 1, donner une valeur que peut prendre la variable aléatoire Y?

Question 1C: Vous référant à la situation no 1, donner une valeur que l'on peut observer dans la population d'échantillonnage?

On notera que la question 1 fait référence à la situation no 1 alors que la question 1A fait référence à la situation no 2. La question 1B est formulée en utilisant le langage des variables aléatoires alors que la question 1 est formulée en utilisant le langage des populations. La question 1C se réfère au concept de population d'échantillonnage alors que la question 1 se réfère au concept de population-mère.

Le tableau 1 qui suit donne la répartition des variables C (caractère), L (langage), N (niveau du concept) et Q (question) dans chacun des 28 items

du test.

Tableau 1

Item	Variable			
	C	L	N	Q
1	1	1	2.1	1
2	2	1	2.1	1
3	1	1	2.1	2
4	2	1	2.1	2
5	1	1	2.1	3
6	2	1	2.1	3
7	1	2	2.1	1
8	1	2	2.1	2
9	1	2	2.1	3
10	2	1	2.2	1
11	2	1	2.2	2
12	2	1	2.2	3
13	2	2	2.2	1
14	2	2	2.2	2
15	2	2	2.2	3
16	1	1	2.3	1
17	2	1	2.3	1
18	1	1	2.3	2
19	2	1	2.3	2
20	1	1	2.3	2
21	2	1	2.3	2
22	1	2	2.3	1
23	2	2	2.3	1
24	1	2	2.3	2
25	2	2	2.3	2
26	1	2	2.3	3
27	2	2	2.3	3
28	1	1	2.4	4

Si C = 1, il s'agit d'un caractère quantitatif.

Si C = 2, il s'agit d'un caractère qualitatif.

Si L = 1, il s'agit du langage des populations.

Si L = 2, il s'agit du langage des variables aléatoires.

Si N = 2.1, il s'agit du concept de population de sous-niveau 2.1, etc.

Si Q = 1, il s'agit de la question no 1, etc.

Il serait évidemment trop long de présenter les 28 items du test. Toutefois, à titre indicatif, voici l'item no 6.

Item no 6

Vous référant à la situation no 2, expliquer comment on obtient toutes les valeurs non-numériques de la population-mère.

- a) On remplace chacun des 400 universitaires québécois par une valeur qui représente le degré de satisfaction de cet universitaire.
- b) On remplace chacun des 190 000 universitaires québécois par une valeur qui représente le degré de satisfaction de cet universitaire.
- c) On remplace chacun des 400 universitaires québécois par une valeur qui représente la proportion de ces 400 universitaires québécois qui sont satisfait du Gouvernement du Québec.
- d) On remplace les 190 000 universitaires québécois par une valeur qui représente la proportion de ces 190 000 universitaires québécois qui sont satisfaits du Gouvernement du Québec.
- e) On précise l'ensemble des individus auquel nos résultats seront généralisés; ici, c'est l'ensemble des 190 000 universitaires québécois.

Notons en terminant que les étudiants disposaient de 75 minutes pour répondre aux 28 questions du test et qu'ils ont tous terminé dans les délais prescrits.

L'expérimentation didactique d'automne 1983

Le but principal de l'expérimentation didactique que nous avons mise sur pied à l'automne 1983 était de vérifier si l'utilisation d'un document pédagogique portant sur la compréhension du concept de population permettait aux élèves de mieux maîtriser les premiers niveaux de compréhension de ce concept. Nous voulions savoir également si le fait de présenter ce document de façon magistrale ou autodidacte avait un effet sur la compréhension de ce concept.

Nous avons donc adopté le plan expérimental suivant:

Groupe No	Formule pédagogique ¹ de type	Prétest	Document pédagogique	Posttest
1	Magistral	Oui	Oui	Oui
2	Autodidacte	Oui	Oui	Oui
3	Nil	Oui	Non	Oui

Soixante-six étudiants nouvellement admis à l'Université et inscrits à un cours d'introduction à la statistique appliquée ont été assignés au hasard dans trois groupes:

- le groupe 1, avec document pédagogique transmis sous forme magistrale;
- le groupe 2, avec document pédagogique transmis sous forme autodidacte;
- le groupe 3, sans document pédagogique.

On a administré le test de compréhension aux trois groupes à deux reprises: la première administration (prétest) a eu lieu trois semaines après le début du cours et la deuxième administration (posttest), une semaine plus tard.

Durant les quatre semaines qui ont précédé l'expérimentation didactique, les étudiants des trois groupes ont été initiés de la même façon à un cours d'introduction à la statistique appliquée: tous les étudiants ont eu le même temps d'étude, le même manuel et devaient étudier le même contenu; ils étaient soumis à la même formule pédagogique, soit l'autodidaxie assistée², formule en vigueur depuis six ans dans ce cours.

Afin que les tests soient pris au sérieux, les étudiants étaient informés que les résultats au test contribuaient à la note finale du cours d'introduction à la statistique appliquée auquel ils étaient inscrits.

¹ Il s'agit ici de la formule pédagogique utilisée lors de la présentation du document pédagogique et non de la formule pédagogique utilisée durant les quatre semaines de cours qui ont précédé l'expérimentation didactique.

² Cette formule permet à l'étudiant de s'instruire lui-même à l'aide des moyens d'assistance suivants: un manuel rédigé autour d'objectifs pédagogiques, un guide pédagogique, des ateliers de travail et un moniteur qui procède au dépannage individuel d'étudiants en difficulté.

Quatre semaines après le début du cours, les 22 étudiants du groupe expérimental 1 (groupe 1) ont reçu le document pédagogique. Le contenu de ce document leur a été présenté par un professeur à l'aide d'un rétroprojecteur (enseignement magistral). Cet enseignement a duré 90 minutes. A la suite de cet enseignement, on a administré à nouveau à ces étudiants le test qu'ils avaient passé une semaine plus tôt.

Egalement, quatre semaines après le début du cours, les 22 étudiants du groupe expérimental 2 (groupe 2) ont reçu le même document écrit que celui transmis aux étudiants du groupe expérimental 1. Le contenu de ce document n'a toutefois pas été présenté par un professeur; les étudiants en ont fait une étude personnelle durant 90 minutes et un professeur était à leur disposition pour procéder à du dépannage "individuel" (enseignement "autodidacte"). Ce professeur n'était pas le même que celui du groupe 1, compte tenu que le document pédagogique devait être étudié simultanément par les étudiants du groupe 1 et par les étudiants du groupe 2. Le professeur qui procédait au dépannage dans le groupe 2 était l'auteur du manuel obligatoire et le concepteur du document pédagogique. Dans le groupe 1, le professeur était un assistant qui avait une excellente connaissance du manuel obligatoire (qu'il utilisait depuis trois ans) et du document pédagogique. A la suite de cet enseignement, on a administré à nouveau à ces étudiants le test qu'ils avaient passé une semaine plus tôt.

Les 22 étudiants du groupe-témoin (groupe 3) n'ont pas reçu le document écrit transmis aux étudiants des groupes expérimentaux 1 et 2 quatre semaines après le début du cours. Toutefois, durant cette quatrième semaine et simultanément avec les étudiants des groupes 1 et 2, ils ont passé à nouveau le test qui leur avait été administré une semaine plus tôt.

Il faut noter que quatre élèves ont été éliminés car on considère qu'ils n'ont vraiment pas participé à l'expérimentation. Le nombre de données total est donc 62. Par ailleurs, les cinq élèves présents tout au long de l'expérimentation mais absents soit au prétest soit au posttest ont reçu comme score la médiane de

leur groupe respectif.

Homogénéité, consistance et fidélité du test

Comme indice d'homogénéité des items, nous avons calculé le coefficient KR 20 de consistance interne. L'utilisation du KR 20 est justifiée par le fait que les items ont été corrigés de façon dichotomique et par le fait que tous les étudiants ont eu le temps de répondre à tous les items du test. Le KR 20 obtenu pour le test de compréhension du concept de population est 0,77 lors de la première administration (prétest) et de 0,80 lors de la deuxième administration (posttest). Ces valeurs indiquent une bonne homogénéité des items.

Appliquant la méthode de la décision consistante de Popham (1981, p. 130), nous avons trouvé que 66% des répondants des trois groupes sont consistants d'une administration du test à l'autre, c'est-à-dire, ils se situent les deux fois au-dessous ou au-dessus du seuil de réussite du test, seuil que nous avons fixé à 80%. Si on applique cette méthode aux seuls étudiants du groupe témoin où le document pédagogique n'a pas été administré, on trouve que 75% des répondants de ce groupe sont consistants.

Enfin, le coefficient de corrélation entre les résultats du prétest et ceux du posttest est de 0,50 pour les étudiants du groupe témoin. Selon Allen et Yen (1979, p. 76), ce coefficient donne une estimation de la fidélité test-retest. Selon Popham (1981, p. 130), ce faible coefficient n'est vraiment pas étonnant compte tenu qu'il s'agit d'un test à interprétation critériée.

Résultats de l'expérimentation didactique d'automne 1983

Les tableaux qui suivent présentent les principaux résultats obtenus lors du traitement des données issues de l'expérimentation didactique d'automne 1983.

Tableau 2

Mesures expérimentales relatives à chacun des groupes

Mesures échantillonnales	Groupe 1		Groupe 2		Groupe 3	
	Prétest	Posttest	Prétest	Posttest	Prétest	Posttest
Moyenne	18,333	23,810	16,619	21,286	17,700	20,300
Mode	19,000	26,000	18,000	21,000	13,000	21,000
Médiane	18,875	25,000	17,600	20,875	17,500	21,071
Etendue simple	19,000	15,000	17,000	18,000	18,000	16,000
Ecart-type	5,544	3,919	4,018	4,713	5,017	4,219
Aplatissement	-0,556	1,899	-0,044	0,183	-0,930	1,909
Asymétrie	-0,221	-1,456	-0,100	-0,426	0,075	-1,349
Taille du groupe	21	21	21	21	20	20

Tableau 3

Données relatives au test d'homogénéité des coefficients de régression

Source de variation	D.L.	F	Probabilité
Egalité des pentes	2	0,077	0,926
Variation résiduelle	56		

Tableau 4

Données relatives aux tests de linéarité et de curvilinearité

Type d'effet	Groupe 1		Groupe 2		Groupe 3	
	F	Prob.	F	Prob.	F	Prob.
Linéaire	8,473	0,009	1,463	0,214	6,139	0,023
Quadratique	0,052	0,822	0,875	0,362	0,144	0,709

Tableau 5

Données relatives aux comparaisons a priori orthogonales (moyennes ajustées)

Source de variation	D.L.	t observé	t théorique	Significatif (niveau 5%)
Formule pédagogique	58	1,5339	1,672	Non
Document pédagogique	58	2,2054	1,672	Oui

Analyse des résultats d'automne 1983

L'intérêt principal de la recherche ayant trait à l'effet de la formule pédagogique et à l'effet du document pédagogique, nous avons décidé d'adopter comme méthode d'analyse "les comparaisons a priori orthogonales des moyennes du posttest ajustées à l'aide des résultats du prétest" telles que formulées par Kirk (1968), Cochran et Cox (1957) ou Wildt et Ahtola (1978). Cette méthode d'analyse repose sur cinq conditions d'applications précises que nous allons examiner successivement.

Conditions d'application du modèle1. Normalité des distributions

Selon le tableau 2, on observe que les distributions des trois groupes (au posttest) sont très homogènes: même asymétrie (négative) et même aplatissement (positif). On a observé un même nombre de valeurs aberrantes dans chaque distribution, soit une valeur qui est située à plus de deux écarts-types au-dessous de la moyenne.

Les distributions au posttest ne sont pas normales mais comme elles sont homogènes par rapport à l'asymétrie et à l'aplatissement, selon Kirk (1968, p. 103), on peut tolérer cet écart à la normalité eu égard à la robustesse de la méthode par rapport à cette condition.

2. L'indépendance des observations

Selon Erikson et Nosanchuk (1977, p. 184), nous pouvons supposer l'indépendance des résultats obtenus au posttest puisque les étudiants ont été assignés au hasard dans les trois groupes.

3. Homogénéité des variances

Pour tester l'homogénéité des variances, nous avons utilisé le test approximatif de Bartlett basé sur une statistique F (distribution de Fisher), telle que décrite dans Dixon et Massey (1969, p. 308) ou dans le progiciel B.M.D.P. (1977, p. 778). Le F observé vaut 0,3398 avec 2 et 7822 degrés de liberté; la

probabilité d'obtenir une telle valeur étant de 71%, on peut donc ne pas rejeter l'hypothèse d'homogénéité des variances. Remarquons que nous faisons ce test avec $\alpha = 0,25$ afin de minimiser le risque d'erreur de deuxième espèce.

4. Homogénéité des coefficients de régression

Selon le tableau 3, le F observé vaut 0,077 avec 2 et 56 degrés de liberté. Puisque le F théorique au niveau de signification 10% vaut 2,40, on peut donc ne pas rejeter l'hypothèse d'homogénéité des coefficients de régression (Kirk, 1968).

5. Linéarité

La dernière condition d'application du modèle d'ANCOVA que l'on a vérifiée est l'hypothèse de linéarité qui lie les variables Y (résultats au posttest) et X (résultats au prétest), et ce dans le groupe 1, dans le groupe 2 et dans le groupe 3. Le tableau 4 révèle que pour les groupes 1 et 3 l'effet linéaire est statistiquement significatif au niveau $\alpha = 0,05$. Pour le groupe 2, aucun effet linéaire ou curvilinéaire n'est statistiquement significatif à 5%; cependant, il appert que l'effet linéaire domine.

Comparaisons a priori orthogonales

Selon le tableau 5, le t observé en regard de la formule pédagogique vaut 1,5339 avec 58 degrés de liberté. Puisque dans le cas d'un test unilatéral à droite, le t théorique vaut 1,672 au niveau de signification 0,05, nous pouvons donc nous comporter comme si l'affirmation suivante était vraie: la formule pédagogique (c'est-à-dire, enseignement magistral ou enseignement autodidacte) n'a pas d'effet positif sur les résultats au test de compréhension du concept de population.

Toujours selon le tableau 5, le t observé en regard du document pédagogique vaut 2,2054 avec 58 degrés de liberté. Puisque, toujours dans le cas d'un test unilatéral à droite, le t théorique vaut 1,672 au niveau de signification 0,05, nous acceptons donc de nous comporter comme si l'affirmation suivante était vraie: le document pédagogique a un effet positif sur les résultats au test de

compréhension du concept de population.

Les résultats expérimentaux décrits antérieurement semblent confirmer le fait que notre document pédagogique permet à l'étudiant de faire un apprentissage significatif des premiers niveaux de compréhension du concept de population. Nos données confirment également les résultats obtenus par plusieurs chercheurs concernant le fait que la formule pédagogique (enseignement magistral contre enseignement "autodidacte") a peu ou pas d'effet sur les résultats des étudiants.

Nous allons maintenant examiner l'effet de certaines variables sur le taux de réussite des items du test.

La réussite d'items selon la variable "niveau"

Dans le groupe expérimental 1, l'expérimentation didactique a eu des effets marqués positifs sur le taux de réussite des items liés aux niveaux de compréhension du concept de population. Ainsi, avant le traitement on a observé un taux de réussite de 60% des items liés au niveau 2.1, tandis qu'après le traitement ce taux est passé à 86%. Des gains semblables ont été observés dans les autres niveaux comme en fait foi le tableau 6. Rappelons que dans ce groupe expérimental la formule pédagogique était "l'enseignement magistral".

Tableau 6

Taux de réussite d'items liés à certains niveaux
de compréhension du concept de population
(Groupe expérimental 1)

Niveau	Taux avant le traitement	Taux après le traitement
2.1	60%	86%
2.2	57%	79%
2.3	77%	89%
2.4	29%	67%

Dans le groupe expérimental 2 (dans ce groupe, la formule pédagogique était l'enseignement "autodidacte"), l'expérimentation didactique a eu aussi des effets positifs très marqués sur le taux de réussite des items liés aux niveaux de

compréhension du concept de population. Le tableau 7 fait état de ces gains.

Tableau 7

Taux de réussite d'items liés à certains niveaux
de compréhension du concept de population
(Groupe expérimental 2)

Niveau	Taux avant le traitement	Taux après le traitement
2.1	55%	79%
2.2	53%	83%
2.3	69%	76%
2.4	15%	50%

Le tableau 8 montre que les gains ont été beaucoup plus faibles dans le groupe témoin. Dans ce groupe, le taux de succès observé à un niveau de compréhension a augmenté en moyenne de 2% comparativement à 24,5% dans le groupe expérimental 1 et à 24% dans le groupe expérimental 2.

Tableau 8

Taux de réussite d'items liés à certains niveaux
de compréhension du concept de population
(Groupe-témoin)

Niveau	Taux au prétest	Taux au posttest
2.1	60%	68%
2.2	48%	45%
2.3	70%	80%
2.4	29%	21%

Les tableaux 6, 7 et 8 ci-dessus soulèvent une question importante: pourquoi le taux de réussite des items liés au niveau 2.3 est-il généralement plus élevé que le taux de réussite des items liés aux niveaux 2.1 et 2.2? Théoriquement, le niveau 2.3 qui se réfère au concept de population d'échantillonnage (de type discret) est plus difficile que les niveaux 2.1 et 2.2 qui se réfèrent au concept de population-mère (de type discret). Les données obtenues à ce jour ne permettent pas de répondre à cette question et nous poursuivons notre étude à ce sujet.

La réussite d'items selon la variable "caractère"

Nous avons postulé au début de cette recherche que certaines variables avaient des effets importants sur le taux de réussite d'items. Ainsi, nous estimons que la variable "caractère" jouait un rôle important, c'est-à-dire, nous pensons qu'il est plus facile d'accéder aux niveaux de compréhension du concept de population lorsque la population est définie par un caractère quantitatif que lorsque la population est définie par un caractère qualitatif. Toutefois, les résultats obtenus au prétest¹ (voir tableau 9) ne semblent pas entièrement confirmer ce que nous pensions à cet égard. En effet, les items liés au niveau 2.1 sont mieux réussis lorsque le caractère est quantitatif que lorsque le caractère est qualitatif (60% contre 51% dans le groupe 1, 58% contre 45% dans le groupe 2 et 64% contre 59% dans le groupe 3). Toutefois, on observe le phénomène inverse au niveau 2.3, c'est-à-dire, pour ce niveau les items sont mieux réussis lorsque le caractère est qualitatif que lorsque le caractère est quantitatif (72% contre 81% dans le groupe 1, 63% contre 76% dans le groupe 2 et 61% contre 79% dans le groupe 3). Notons que nous n'avons pas de données disponibles pour étudier l'effet de la variable "caractère" aux niveaux 2.2 et 2.4.

La réussite d'items selon la variable "langage"

Egalement au début de notre recherche nous avons estimé que la variable "langage" jouait aussi un rôle important, c'est-à-dire, nous pensons qu'il est plus facile d'accéder aux niveaux de compréhension du concept de population lorsqu'on utilise le "langage des populations" que lorsqu'on utilise le "langage des variables aléatoires". Le tableau 10 ne semble pas totalement confirmer cela. En effet, dans les groupes 1 et 2, les items liés aux niveaux 2.1 et 2.3 sont mieux réussis lorsqu'il s'agit du "langage des variables aléatoires" que lorsqu'il s'agit du "langage des populations", tandis que le groupe 3, ces items sont mieux réussis

¹ Nous commentons seulement les résultats obtenus au prétest car nous voulons examiner l'effet de certaines variables sur l'accession aux niveaux de compréhension indépendamment de l'effet du document pédagogique.

Tableau 9

Taux de réussite d'items liés à certains niveaux de compréhension du concept de population, selon la variable "caractère" (prétest)

Niveau	Groupe 1		Groupe 2		Groupe 3	
	Quant.	Qual.	Quant.	Qual.	Quant.	Qual.
2.1	60%	51%	58%	45%	64%	59%
2.2 données non disponibles					
2.3	72%	81%	63%	76%	61%	79%
2.4 données non disponibles					

Tableau 10

Taux de réussite d'items liés à certains niveaux de compréhension du concept de population, selon la variable "langage" (prétest)

Niveau	Groupe 1		Groupe 2		Groupe 3	
	Pop.	V.A.	Pop.	V.A.	Pop.	V.A.
2.1	60%	70%	58%	62%	64%	59%
2.2	67%	48%	60%	45%	52%	44%
2.3	75%	78%	62%	68%	73%	67%
2.4 données non disponibles					

lorsqu'il s'agit du "langage des populations" que lorsqu'il s'agit du "langage des variables aléatoires". Toutefois, dans les trois groupes, les items liés au niveau 2.2 sont mieux réussis lorsqu'il s'agit du "langage des populations" que lorsqu'il s'agit du "langage des variables aléatoires". Ceci s'explique fort probablement par le fait que le niveau 2.2 n'est défini que lorsque le caractère est dichotomique ou dichotomisé et dans ce cas l'étudiant ne saisit pas comment l'une des modalités du caractère est représentée par 0 et l'autre modalité est représentée par 1. (Il s'agit du cas d'une variable aléatoire de Bernoulli).

Conclusion

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus lors de notre étude semblent confirmer le fait que notre document pédagogique permet à l'étudiant de

faire un apprentissage significatif des premiers niveaux de compréhension du concept de population. Nos données confirment également les résultats obtenus par plusieurs chercheurs concernant le fait que la formule pédagogique (enseignement magistral contre enseignement "autodidacte") a peu ou pas d'effet sur l'accession aux niveaux de compréhension.

L'examen de la réussite d'items du test selon les niveaux de compréhension montre que l'expérimentation didactique a eu des effets positifs très marqués sur la réussite de tels items. Cependant, les données obtenues à ce jour ne permettent pas de répondre à la question suivante: pourquoi le taux de réussite des items liés au niveau de compréhension 2.3 est-il généralement plus élevé que le taux de réussite des items liés au niveau de compréhension 2.1 et 2.2? Nous poursuivons notre étude à ce sujet.

Est-il plus facile d'accéder aux niveaux de compréhension du concept de population lorsque la population est définie par un caractère quantitatif que lorsque la population est définie par un caractère qualitatif? Notre étude apporte peu de réponses à cette question qu'il faudra approfondir davantage. De même, est-il plus facile d'accéder aux niveaux de compréhension du concept de population lorsqu'on utilise le "langage des populations" que lorsqu'on utilise le "langage des variables aléatoires"? Les résultats obtenus lors de notre expérimentation ne permettent pas de donner une réponse définitive à cette question qui demeure ouverte.

Bref, l'étude que nous avons entreprise soulève de nombreuses questions liées aux difficultés d'apprentissage de concepts probabilistes et statistiques auxquelles sont confrontés les étudiants de niveau post-secondaire. Dans les mois à venir, nous nous efforcerons de répondre aux questions que nous avons soulevées dans cet article. Nous allons aborder également l'étude des questions suivantes: Quelle stratégie didactique peut permettre à l'étudiant d'atteindre les niveaux de compréhension du concept de "distribution de probabilités d'une population"? Le modèle de compréhension que nous proposons demeure-t-il toujours valide eu égard aux résultats que nous avons obtenus? Nous sommes conscients que les réponses que

nous apporterons à ces questions ne seront que partielles. Toutefois, nous estimons que c'est à l'aide de ces éléments de réponse que nous pourrions poursuivre nos investigations sur la compréhension en statistique appliquée de type inférentielle.

Bibliographie

- ALLEN, M.J. and YEN, W.M.: 1973, *Introduction to Measurement Theory*, Brooks and Cole, Monterey.
- BYERS, Bill: 1983, *Beyond structure: some thought on the nature of mathematics*, Proceeding of the fifth annual meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2, 31-40.
- BYERS, V. : 1980, *What does it mean to understand mathematics?*, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Vol. 11, No. 1, 1-10.
- CAMPBELL, Donald T. and STANLEY, Julian C.: 1963, *Experimental and Quasi-Experimental Design for Research*, Rand McNally College Publishing Company, Chicago.
- COCHRAN, W.G. and COX, G.M.: 1957, *Experimental Designs*, John Wiley and Sons, New York.
- DIXON, W.J. and MASSEY, F.J.: 1969, *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill, New York.
- ERICKSON, B.H. and NOSANCHUK, T.A.: 1977, *Understanding Data*, McGraw-Hill, Montréal.
- FREUND, J.E.: 1970, *Statistics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New-Jersey.
- KIRK, Roger E.: 1968, *Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences*, Brooks & Cole Company, Belmont, California.

- LAVOIE, R.: 1983, *Statistique appliquée*, Presses de l'Université du Québec, Québec, Canada, 2e Edition.
- LAVOIE, R.: 1983, *Je comprends pourquoi il ne comprend pas*, La Gazette des sciences mathématiques du Québec, VII, No 2, 31-41.
- LAVOIE, R., CAILLÉ, A.: 1983, *La compréhension en mathématique*, La Gazette des sciences mathématiques du Québec, VIII, No 2, 8-33.
- POPHAM, W.J.: 1981, *Modern Educational Measurement*, Prentice-Hall, Englewood, New-Jersey.
- SKEMP, R.R.: 1979, *Goals of learning and qualities of understanding*, Mathematics Teaching, 88, 44-49.
- SKEMP, R.R.: 1981, *Symbolic understanding*, Proceeding of the Third Annual Meeting of PME/NA.
- WILDT, A.R. and AHTOLA, O.T.: 1978, *Analysis of Covariance*, SAGE Publications, London.

Université du Québec à Chicoutimi
Chicoutimi, Québec
Canada G7H 2B1

Manuscrit reçu le 10 juillet 1985.
Revision le 7 novembre 1985.